Preuves et esquisses

Brice Halimi

Université Paris Ouest Nanterre La Défense

Trois parties :

1. présentation de la théorie des esquisses
2. reconsidération de la notion de diagramme (comme construction attachée à une démonstration)
3. reconsidération des rapports entre ce qui est de l'ordre des démonstrations formelles (syntaxe) et ce qui est de l'ordre des constructions mathématiques proprement dites (sémantique).

Théorie des esquisses = théorie introduite par Charles Ehresmann à la fin des années 60, dans le domaine de la topologie algébrique et de la géométrie différentielle.

Esquisse = diagramme (au sens de la théorie des catégories) qui représente une certaine espèce de structures (monoïdes, groupes, corps, etc.).

Théorie des esquisse = moyen de présenter la plupart des théories mathématiques en termes diagrammatiques.

Notions de catégorie et de foncteur.

Enjeu des fondations des mathématiques (théorie des ensembles contre théorie des catégories).

Cône :

$$\begin{tikzcd}
\cdots & a_i \arrow[rr, "f_{i,j}"] & & a_j & \cdots \\
& & a \arrow[ull] \arrow[ul, "h_i"'] \arrow[ur, "h_j"] \arrow[urr] & &
\end{tikzcd}$$

$$f_{i,j} \circ h_i = h_j \quad .$$

Cocône :

$$\begin{tikzcd}
& & b & & \\
\cdots \arrow[urr] & b_i \arrow[ur, "g_i"] \arrow[rr, "f'_{i,j}"] & & b_j \arrow[ul, "g_j"'] & \cdots \arrow[ull]
\end{tikzcd}$$

$$g_j \circ f'_{i,j} = g_i \quad .$$

Cône limite : c'est un cône $(f_i : a \to a_i)_{i \in I}$ qui factorise n'importe quel autre cône $(g_i : a' \to a_i)_{i \in I}$ de même diagramme (= il existe un « morphisme médiateur » $h : a' \to a$ tel que $g_i = f_i \circ h$ pour tout $i \in I$.

Cocône limite : notion analogue.

Esquisse S_f des corps commutatifs :

$$
\begin{tikzcd}
 & 1 \arrow[dr] & & & \\
 & & 1+F^* \arrow[r, "\text{iso}"] & F & F \times F \arrow[l, bend right, "+"'] \arrow[l, bend left, "\times"] \\
F^* \arrow[r, "(-)^{-1}"] & F^* \arrow[ur] & & &
\end{tikzcd}
.
$$

Esquisse = décalque (au sens de la décalcomanie), appliqué à différentes catégories (à commencer par **Ens**).

Une *esquisse* est un quadruplet $S = \langle |S|, D, C, C' \rangle$, où

- $|S|$ est un graphe
- D est une collection de diagrammes commutatifs dans $|S|$ (appelés *diagrammes distingués*)
- C est une collection de cônes (appelés *cônes distingués*) dans $|S|$
- C' est une collection de cocônes (appelés *cocônes distingués*) dans $|S|$.

Si $C' = \emptyset$, S est appelée une esquisse *projective*.

Un *morphism d'esquisses*
$f : \langle |S_1|, D_1, C_1, C_1' \rangle \to \langle |S_2|, D_2, C_2, C_2' \rangle$ est un foncteur
$f : |S_1| \to |S_2|$ tel que :

- $f \circ d_1 \in D_2$ pour tout $d_1 \in D_1$,
- $f \circ c_1 \in C_2$ pour tout $c_1 \in C_1$
- $f \circ c_1' \in C_2'$ pour tout $c_1' \in C_1'$.

Un **A**-*modèle* d'une esquisse S est un foncteur $|S| \to \mathbf{A}$ qui transforme

- tout diagramme distingué de D en un diagramme commutatif dans **A**
- tout cône distingué de C en un cône limite dans **A**
- tout cocône distingué de C' en un cocône limite dans **A**.

Pour $\mathbf{A} = \mathbf{Ens}$, on parle de « modèle » (tout court).

« Sémantique fonctorielle » (Lawvere) : un modèle d'une théorie est un foncteur. Un groupe n'est rien d'autre qu'un modèle de l'esquisse des groupes ; un corps n'est rien d'autre qu'un modèle de l'esquisse des corps ; etc.

Double idée fondamentale :

- dans la théorie des esquisses, une théorie formelle T devient une esquisse (par exemple, la théorie des monoïdes est représentée par l'esquisse des monoïdes)
- une démonstration dans T devient un enrichissement de l'esquisse attachée à T.

Exemple de l'esquisse des monoïdes : *cf.* Laurent Coppey, « Esquisses et types » (*Diagrammes*, 1992).
Esquisse de départ, S_0 :

$$\begin{tikzcd} M^2 \arrow[r, bend left, "p_1"] \arrow[r, "k"] \arrow[r, bend right, "p_2"'] & M^1 & M^0 \arrow[l, "e"] \end{tikzcd} .$$

(M^1 = ensemble sous-jacent du monoïde set, M^0 = singleton, e = élément neutre distingué.)

Cette esquisse S_0 est la présentation du langage formel (« multisorté ») propre à la théorie des monoïdes :

- espèces = objets de S_0
- symboles de fonction $f : X \to Y$ = flèches de S_0
- $\forall x : X \;\; f'(f(x)) = g(x)$ ssi $f'f = g$ dans S_0.

Voici l'esquisse S_1 des monoïdes :

$$
\begin{tikzcd}
M^3 \arrow[r, shift left, "k_1"] \arrow[r, shift right, "k_2"'] \arrow[r, bend left=40, "r_1"] \arrow[r, bend left=60, "r_2"] \arrow[rr, bend right=40, "q_1"] \arrow[rr, bend right=55, "q_2"] \arrow[rr, bend right=70, "q_3"'] & M^2 \arrow[r, "k"] \arrow[r, bend left=30, "p_1"] \arrow[r, bend right=30, "p_2"'] & M^1 \arrow[l, bend right=40, "v_1"'] \arrow[l, bend right=60, "v_2"'] \arrow[r, bend right, "u"'] & M^0 \arrow[l, bend right, "e"']
\end{tikzcd}
\quad .
$$

Les p_i sont les projections canoniques, ce qui correspond au choix de $M^1 \xleftarrow{p_1} M^2 \xrightarrow{p_2} M^1$ comme cône distingué.

De même pour les q_j.

Flèches ajoutées lors du passage de S_0 à S_1 :

(r_1) $p_1 r_1 = q_1, p_2 r_1 = q_2$ (càd $r_1 : (x, y, z) \mapsto (x, y)$)
(r_2) $p_1 r_2 = q_2, p_2 r_2 = q_3$ (càd $r_2 : (x, y, z) \mapsto (y, z)$)
(k_1) $p_1 k_1 = kr_1, p_2 k_1 = q_3$ (càd $k_1 : (x, y, z) \mapsto (xy, z)$)
(k_2) $p_1 k_2 = q_1, p_2 k_2 = kr_2$ (càd $k_2 : (x, y, z) \mapsto (x, yz)$)
(v_1) $p_1 v_1 = 1_{M^1}, p_2 v_1 = eu$ (càd $v_1 : x \mapsto (x, e)$)
(v_2) $p_1 v_2 = eu, p_2 v_2 = 1_{M^1}$ (càd $v_2 : x \mapsto (e, x)$)
(u).

Axiomes ajoutés :
$kv_1 = kv_2 = 1_{M^1}$;
$kk_1 = kk_2$.

Les égalités vérifiées par les flèches ajoutées (les r_i et les k_i), ainsi que les axiomes ajoutés, reviennent à des contraintes de commutativité exprimées par le choix de certains diagrammes ou de certains cônes comme étant des diagrammes ou des cônes distingués.

Par exemple, poser que $kk_1 = kk_2$ revient à sélectionner

$$M^3 \underset{k_2}{\overset{k_1}{\rightrightarrows}} M^2 \xrightarrow{k} M^1$$

comme diagramme distingué.

Étant donné un monoïde $(M, .)$, l'associativité de la loi interne . entraîne sa « 4-associativité », à savoir :

$$(x(yz))t = x(y(zt)) \quad (①).$$

La *formulation* de ① implique de passer à une nouvelle esquisse S_1', qui supplémente S_1 par un nouveau sommet M^4 et de nouvelles flèches $u_i : M^4 \to M^3$, $t_j : M^4 \to M^2$, $s_l : M^4 \to M^1$:

$$\begin{tikzcd}
M^4 \arrow[r, "u_i"] \arrow[rr, bend left=40, "t_j"] \arrow[rrr, bend left=60, "s_l"] & M^3 \arrow[r, shift left, "k_1"] \arrow[r, shift right, "k_2"'] \arrow[r, bend left=50, "r_1"] \arrow[r, bend left=80, "r_2"] \arrow[rr, bend right=40, "q_1"] \arrow[rr, bend right=60, "q_2"] \arrow[rr, bend right=80, "q_3"'] & M^2 \arrow[r, "k"] \arrow[r, bend left=30, "p_1"] \arrow[r, bend right=40, "p_2"'] & M^1 \arrow[l, bend right=50, "v_1"'] \arrow[l, bend right=80, "v_2"'] \arrow[r, bend right=20, "u"'] & M^0 \arrow[l, bend right=20, "e"']
\end{tikzcd} .$$

L'*affirmation* de ① demande l'addition de nouvelles flèches $k'_i : M^4 \to M^3$ $(i = 1, 2, 3)$ définies par des égalités telles que, par exemple, k'_1 correspond à l'application $(x, y, z, t) \mapsto (xy, z, t)$.

Pour peu que **A** possède des produits finis, tout **A**-modèle de S''_1 vérifie ① sous la forme

$$k(k_1 k'_2) = k(k_2 k'_3).$$

Pour résumer : la démonstration de la 4-associativité à partir de l'associativité se traduit par la progression $S_1 \to S_1' \to S_1''$ (séquence de deux inclusions d'esquisses (morphismes d'esquisses injectifs).

La démonstration d'un théorème devient ainsi la complétion spécifique d'une esquisse de départ : l'addition de sommets et de flèches qui rendent possible la position de ce théorème.

Quatre remarques :

1. Chaque esquisse correspond à une forme de langage. Les esquisses ont de fait le même pouvoir expressif que la logique du premier ordre infinitaire (voir M. Makkai & R. Paré, *Accessible Categories* :
   À la catégorie des modèles de toute esquisse est équivalente à la catégorie de modèles (au sens de la théorie des modèles) d'une théorie du premier ordre infinitaire, et réciproquement.
2. Mais la différence entre les esquisses et les théories formelles est flagrante.
   En particulier, une théorie est toujours considérée comme un ensemble déductivement clos d'énoncés ; il n'est donc pas possible de localiser l'étape à laquelle un certain théorème est démontré.
   Au contraire, le passage de S_1 à S_1'' (enrichissement d'esquisse) est parfaitement ajusté à la représentation de la démonstration d'un théorème particulier (le théorème ① de 4-associativité).

3. Les esquisses sont une façon de capturer diagrammatiquement une certaine démonstration.
   Plus largement, la théorie des esquisses est une façon de convertir de nombreux cas de théories mathématiques en des diagrammes. Elle est une *théorie diagrammatiques des théories comme diagrammes*.
4. Une esquisse est un diagramme essentiellement *dynamique* :
   C'est la représentation d'un certain objet mathématique *combinée* à la représentation d'un certain raisonnement fondé sur la représentation de cet objet.
   Démontrer une propriété des monoïdes, c'est ajouter des sommets et des flèches à l'esquisse des monoïdes.
   Ce dernier point est à préciser.

S_1'' est la présentation directe de ①, au sens où tout **A**-modèle de S_1'' doit automatiquement être un **A**-monoïde 4-associatif. C'est explicitement prescrit par ①.

Comme le dit Peter Freyd, la tâche du mathématicien est « de rendre trivialement trivial ce qui est trivial ».
Ici, S_1'' rend trivialement triviale la validité de ① (le fait que tout monoïde soit 4-associatif), puisque cette validation de ① est tout simplement ajoutée à S_1.

L'esquisse S_1'' peut ainsi être comprise comme la complétion de S_1 relativement à ①.

Oui, mais toute la question est : pourquoi tout modèle de S_1 est-il encore un modèle de S_1'' ?

Die que S_1'' est une extension de S_1, c'est dire qu'il existe un morphisme d'esquisses $S_1 \xrightarrow{①} S_1''$, et par conséquent un diagramme

$$\begin{tikzcd} S_1 \arrow[rr, "①"] \arrow[dr] & & S_1'' \arrow[dl, "Y"] \\ & \mathbf{A} & \end{tikzcd}$$

qui exprime le fait que tout $\mathbf{A}$-modèle $Y : S_1'' \to \mathbf{A}$ de S_1'' est en particulier un $\mathbf{A}$-modèle $Y \circ ①$ de S_1.

On dispose donc d'un foncteur $U_{①} : \mathbf{A}^{S_1''} \to \mathbf{A}^{S_1}$ qui transforme tout modèle Y de S_1'' en un modèle $Y \circ ①$ de S_1.

Un résultat de 1967 dû à Ehresmann est que $U_{①}$ admet un adjoint àgauche $F_{①} : \mathbf{A}^{S_1} \to \mathbf{A}^{S_1''}$.

Autrement dit, il existe un moyen de considérer, à propos de n'importe quel modèle X de S_1, le modèle $F_{\textcircled{1}}(X)$ de S_1'' *engendré par* X.

$$
\begin{tikzcd}
S_1 \arrow[rr, "\textcircled{1}"] \arrow[dr, "X"'] & & S_1'' \arrow[dl, dashed, "F_{\textcircled{1}}(X)"] \\
& \mathbf{A} &
\end{tikzcd}
$$

$$\begin{tikzcd} S_1 \arrow[rr, "①"] \arrow[dr, "X"'] & & S_1'' \arrow[dl, dashed, "F_{①}(X)"] \\ & \mathbf{A} & \end{tikzcd}$$

$T_{①}(X) := F_{①}(X) \circ ①$ s'appelle le « ①-type de X (dans **A**) ».

Dire qu'un **A**-modèle X de S_1 a la propriété ① revient exactement à dire que X se factorise à travers ①, ce qui revient exactement à dire que $X \simeq T_{①}(X)$.

En général, un $\mathbf{A}$-modèle X ne coïncide pas avec son ①-type. Cela signifie que les $\mathbf{A}$-modèles de S_1 et les $\mathbf{A}$-modèles de S_1'' ne sont pas identiques : les $\mathbf{A}$-modèles de S_1'' forment une sous-collection stricte de tous les $\mathbf{A}$-modèle de S_1.

Si les $\mathbf{A}$-modèles de S_1 sont *tous déjà* des $\mathbf{A}$-modèles de S_1'', cela signifie que tous les $\mathbf{A}$-monoïdes sont 4-associatifs, autrement dit que ① est valide dans $\mathbf{A}$.

C'est le cas de $\mathbf{A} = \mathbf{Ens}$.

C'est en fait le cas de toutes les catégories $\mathbf{A}$ qui ont tous les produits finis.

Il existe donc une propriété de catégories $p_{①}$ (= posséder les produits finis) telle que, pour toute catégorie **A** :

A a la propriété $p_{①}$ ssi ① est valide dans **A**
ssi tous les **A**-monoïdes sont 4-associatifs.

Cette propriété $p_{①}$ est une propriété intéressante.
La catégorie **Ens** la possède, et c'est *pour cette raison* que tous les monoïdes (= tous les **Ens**-monoïdes) sont 4-associatifs.

Les modèles de S_1 et de S_1'' sont les mêmes, bien que rien à l'intérieur de S_1 ne permettent de voir que ① est réalisé.

En réalité, la catégorie **Ens** ajoute automatiquement à tout modèle de S_1 tout ce qui est nécessaire pour en faire un modèle de S_1''.

Ajouter ce qui est nécessaire, c'est ajouter un certain nombre de sommets et de flèches. Les sommets supplémentaires sont automatiquement ajoutés par le fait que **Ens** possède les produits finis, et les flèches sont automatiquement ajoutées par la propriété universelle qui caractérisent les cônes limites (morphismes médiateurs).
En effet, tout cône c dans S_1 va être réalisé dans **Ens** par un cône *limite*. Vont automatiquement s'ajouter tous les autres cônes dans **Ens** de même base que c, et tous les morphismes médiateurs entre ces cônes et c.

Cette addition est ce qui force la 4-associativité (①) au-delà des égalités explicitement prescrites par S_1.

Analyse abstraite de la situation

Tout morphisme d'esquisses $f : S \to S'$ donne lieu à un foncteur $U_f = - \circ f : \mathbf{Ens}^{S'} \to \mathbf{Ens}^{S}$:

$$\begin{tikzcd}
S \arrow[rr, "f"] \arrow[dr, dashed, "U_f(Y) = Y \circ f"'] & & S' \arrow[dl, "Y"] \\
& \mathbf{Ens} &
\end{tikzcd}$$

U_f = « foncteur d'oubli » associé à f.

Un modèle X de S est un modèle de S' ssi $X : S \to \mathbf{Ens}$ se factorise à travers f.

Ehresmann 1967 : Si f est un morphisme d'esquisses projectives, U_f possède un adjoint à gauche F_f.

Alors, pour tout modèle $X : S \to \mathbf{Ens}$ de S, $T_f(X) := U_f(F_f(X))$ s'appelle la *f-structure librement engendrée par X*.

Application aux catégories

Les catégories correspondent à une certaine espèce de structures.
Elles sont elles-mêmes (projectivement) esquissables.
Autrement dit, il existe une esquisse γ de toutes les (petites) catégories, à savoir :

$$
\begin{tikzcd}
C_0 \arrow[r, "x \mapsto 1_x"] & C_1 \arrow[l, bend right=50, "\mathrm{cod}"'] \arrow[l, bend left=50, "\mathrm{dom}"] & C_2 \arrow[l, bend right=30] \arrow[l, bend left=30]
\end{tikzcd}
$$

(C_0 = collection des objets, C_1 = collection des flèches, $C_2 = \{(f,g) \in C_1 \times C_1 : \mathrm{cod}(f) = \mathrm{dom}(g)\}$).

Une catégorie $\mathbf{A}$ n'est *rien d'autre qu'* un modèle $F_{\mathbf{A}} : \gamma \to \mathbf{Ens}$ de γ.

Une propriété de catégories qui n'est pas trop compliquée correspond à un morphisme d'esquisses projectives $p : \gamma \to \gamma'$.

On peut alors appliquer ce qui précède en prenant $f = p$!

$$\begin{tikzcd}
\gamma \arrow[rr, "p"] \arrow[dr, "F_{\mathbf{A}}"'] & & \gamma' \arrow[dl, dashed] \\
& \mathbf{Ens} &
\end{tikzcd}$$

Une catégorie $\mathbf{A}$ a la propriété p

ssi $F_{\mathbf{A}}$ est un modèle de γ'

ssi $F_{\mathbf{A}}$ se factorise à travers le morphisme p.

Et, comme précédemment, toute catégorie $\mathbf{A}$ engendre son p-type $T_p(\mathbf{A})$, qui est la plus petite « extension » de $\mathbf{A}$ ayant la propriété p.

Retour à la 4-associativité des monoïdes

La propriété $p_{①}$ est la propriété que possède une catégorie **A** si tous les **A**-monoïdes sont 4-associatifs.

Cette propriété correspond à un morphisme d'esquisses
$p_{①} : \gamma \to \gamma_{①}$,

exactement comme a propriété d'être 4-associatif correspondait tout à l'heure au morphisme d'esquisses

$$S_1 \xrightarrow{①} S_1'' \, .$$

La propriété $p_{①}$ n'est plus une propriété de l'esquisse S_1 des monoïdes, mais une propriété des catégories **A** dans lesquelles on peut modéliser cette esquisse S_1.

Une catégorie $\mathbf{A}$ a la propriété $p_{\textcircled{1}}$ ssi

$$\begin{tikzcd}
\gamma \arrow[rr, "p_{\textcircled{1}}"] \arrow[dr, "F_{\mathbf{A}}"'] & & \gamma_{\textcircled{1}} \arrow[dl, dashed] \\
& \mathbf{Ens} &
\end{tikzcd}$$

Si une catégorie $\mathbf{A}$ n'a pas la propriété $p_{\textcircled{1}}$, du moins possède-t-elle un $p_{\textcircled{1}}$-type, $T_{p_{\textcircled{1}}}(\mathbf{A})$.

$T_{p_{\textcircled{1}}}(\mathbf{A})$ est la plus petite extension $\mathbf{B}$ de $\mathbf{A}$ telle que tous les $\mathbf{B}$-monoïdes soient 4-associatifs.

On a donc le **renversement** suivant.

Plutôt que de se placer dans une catégorie **A** et de se demander (par exemple) quelles propriétés ont les
A-monoïdes,
on sélectionne une certaine propriété, par exemple la propriété ① *être 4-associatif*, et on cherche la catégorie ambiante **B** optimale dans laquelle tous les **B**-monoïdes sont, par principe, 4-associatifs.

Cette catégorie ambiante **B**, c'est $T_{p_{①}}(\mathbf{A})$.

C'est l'univers dans lequel il faut se placer si, partant de **A**, on veut forcer la validité de ①.

Généralisation

Supposons qu'on cherche à démontrer qu'un certain théorème θ vaut pour une certaine espèce de structures, d'esquisse S.

Supposons que θ corresponde à une propriété projectivement esquissable, et soit $S \xrightarrow{\theta} S_\theta$ le morphisme d'esquisses correspondant.

Le fait que $\mathbf{A}^S \simeq \mathbf{A}^{S_\theta}$ (« Toutes les S-structures dans **A** vérifient θ ») peut être vue comme une propriété p_θ de **A** —propriété elle-même esquissable au moyen d'un morphisme $\gamma \xrightarrow{p_\theta} \gamma_\theta$.

$$\mathbf{A}^S \simeq \mathbf{A}^{S_\theta} \text{ ssi } \mathbf{A} \simeq T_{p_\theta}(\mathbf{A})$$

C'est exactement ce qui se passe avec **A** = **Ens** pour $S = S_1$, θ = ① et $S_\theta = S_1''$.

Une esquisse, c'est une catégorie munie d'une collection de cônes et de cocônes distingués.

On peut donc toujours voir une esquisse comme une catégorie, et une catégorie comme un cas-limite d'esquisse.

On peut donc toujour aussi voir un morphisme d'esquisses $S \to S'$ comme un modèle de S dans S'.

La catégorie ambiante **A** naturelle à considérer, pour réaliser une esquisse donnée S, est donc S elle-même (vue comme catégorie).
Le morphisme identité $S \to S$ est alors le modèle canonique de S.

Toute la question devient alors, si on s'intéresse à un certain théorème θ à propos des structures schématisées par S :

$$\mathbf{Ens} \simeq T_{p_\theta}(S)?$$

Les trois points annoncés pour commencer étaient :

1. présentation de la théorie des esquisses
2. reconsidération de la notion de diagramme (comme construction attachée à une démonstration)
3. reconsidération des rapports entre ce qui est de l'ordre des démonstrations formelles (syntaxe) et ce qui est de l'ordre des constructions mathématiques proprement dites (sémantique).

Un diagramme mathématique ne représente pas un objet mathématique une fois pour toutes.
Au contraire, il est fait pour être manipulé et enrichi de manière à déployer les propriétés de l'objet qu'il représente.

Exemples : la démonstration que la somme des angles d'un triangle vaut 180˚ ; le lemme des 5 (en algèbre homologique).

De nombreux diagrammes mathématiques (la plupart ?) combinent la représentation d'un objet avec la représentation d'une construction (démonstration) fondée sur la représentation de cet objet.

De tels diagrammes montrent la propriété d'un objet au moyen d'un enrichissement graphique, si bien que la démonstration de la propriété reste au même niveau que la représentation de l'objet.
Le diagramme final qu'on obtient après enrichissement consiste à mettre l'accent sur un certain aspect, mais il reste une représentation du même objet que l'objet de départ.

Tout ceci est en particulier le cas de ces diagrammes particuliers que sont les esquisses.

Une théorie, représentée par son esquisse (l'esquisse des structures qu'elle axiomatise) est l'objet de départ, et le p-type de cette esquisse est la construction fondée sur la représentation de cet objet de départ.

La théorie des esquisses est la théorie générale visant à représenter les théories au travers de diagrammes, et à faire apparaître ces diagrammes comme des diagrammes dynamiques.

La théorie des esquisses est en même temps :

- le moyen de dépasser l'opposition stérile entre théorie des ensembles et théorie des catégories : l'idée est à chaque fois de justifier de se placer dans **Ens**, au sens où $\mathbf{Ens} = T_{p_\theta}(\mathbf{A})$.
- le moyen de dépasser l'opposition stricte entre syntaxe (formelle) et structures (sémantiques), au sens où une démonstration est à chaque fois à incorporer au diagramme des structures sur lesquelles elle porte.
  Ce dernier point correspond au fait qu'on peut toujours voir un morphisme d'esquisses comme un modèle, et réciproquement.